



Matemática e suas Tecnologias

Olá, estudante!

Neste fascículo, estudaremos mais uma vez a área de Matemática, reconhecendo os assuntos que têm maior incidência no exame ao longo da última década de aplicação. Como o ENEM foca muito mais em conteúdos que tenham relação com o cotidiano do aluno, alguns assuntos vistos em sala de aula têm presença maior, a exemplo de Aritmética, que aparece em 11,8% das questões. Outro assunto bem recorrente é o de Gráficos e tabelas, com 9,1%.

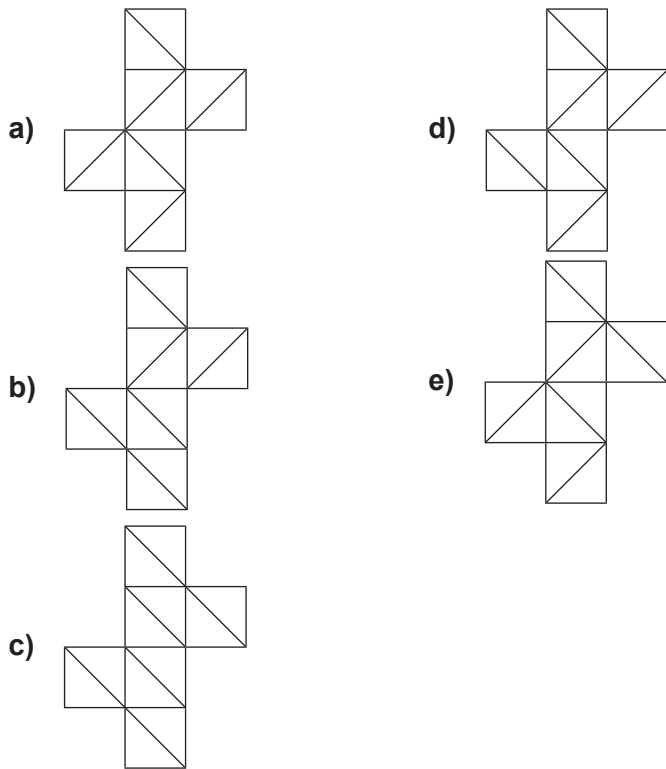
No próximo fascículo, estudaremos a área de Ciências da Natureza.

Bons estudos!

Questão 1

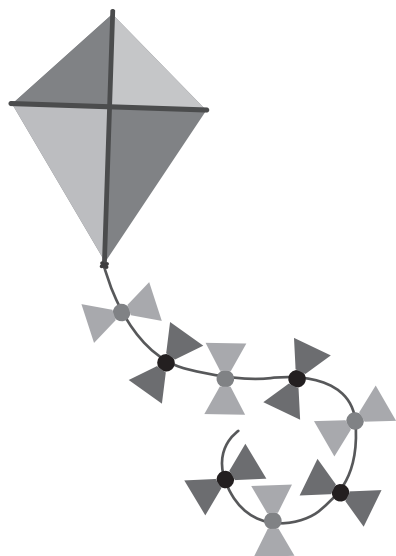
A partir de uma face qualquer de um cubo, ligam-se dois vértices não consecutivos, que também se ligarão aos vértices não consecutivos das outras faces a que pertencem, e assim sucessivamente, até que não haja uma face do cubo que não possua segmentos unindo dois vértices não consecutivos.

Qual planificação pode representar corretamente um cubo com as marcações descritas?



Questão 2

Uma pipa de papel é formada por um losango cujas diagonais medem 60 cm e 40 cm. Ela possui uma rabiola com 8 laços, feitos do mesmo papel, construídos por meio da união de uma circunferência de diâmetro 4 cm e dois trapézios isósceles idênticos. Cada trapézio tem base de medidas 4 cm e 6 cm e altura igual a 8 cm.



Considere 3,1 como aproximação para π .

A área, em centímetro quadrado, do papel utilizado na elaboração dessa pipa é igual a

- a) 1292,4.
- b) 1619,2.
- c) 1939,2.
- d) 2236,8.
- e) 3139,2.

Questão 3

O trovão é o efeito sonoro do raio. O intervalo de tempo percebido entre os momentos em que o raio é visto e ouvido é resultado da diferença entre as velocidades da luz e do som. Com base nessa diferença, é possível estimar a distância entre o local onde o raio ocorreu e o ponto onde seu barulho foi escutado. Para isso, utiliza-se a velocidade do som como 340 m/s.

Uma pessoa avistou um raio e contou três segundos e meio até que escutasse o trovão. Em seguida, avistou outro raio no sentido diametralmente oposto ao primeiro e contou cinco segundos e quatro décimos de segundo até ouvir o trovão.

Considere 3 como aproximação para π .

Sendo circular a nuvem de chuva e considerando que os raios ocorreram em sua extremidade, pode-se estimar que a área da cidade coberta pela chuva está entre

- a) 0 e 1 km².
- b) 1 e 2 km².
- c) 4 e 5 km².
- d) 6 e 7 km².
- e) 10 e 11 km².

Questão 4

Uma empresa de cosméticos comercializa sabonetes em caixas de papelão de formato cúbico. Desejando atualizar a imagem do produto, a empresa planeja mudar o formato da caixa para um cilindro circular reto cujo raio da base tem a mesma medida da aresta da caixa original. A nova caixa terá a mesma altura da antiga.

Utilize 3,14 como aproximação para π .

Com essa mudança, a área da superfície lateral da caixa passará a ser

- a) 4,7% maior.
- b) 57% maior.
- c) 109% maior.
- d) 21,5% menor.
- e) 78,5% menor.

Questão 5

Um esmeril é um instrumento utilizado para afiar facas e utensílios domésticos de modo geral. O formato mais conhecido é de um disco que gira a uma alta velocidade, afiando rapidamente as lâminas.

Certo disco de esmeril tem 35 cm de diâmetro e 3 cm de espessura. O fabricante dessa peça afirma que, a cada quilômetro de lâmina afiada, considerando as várias passagens da lâmina pelo esmeril, o disco se desgasta, diminuindo seu raio em 1 cm. No centro do disco, há uma peça circular com 5 cm de diâmetro que serve como base de encaixe para o esmeril.

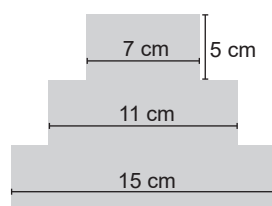
Considere $\pi = 3$.

Ao retirar a peça de encaixe após afiar meia centena de milhar de facas com lâminas de 20 cm, o volume restante do disco é

- a) 168,75 cm³.
- b) 450,00 cm³.
- c) 506,25 cm³.
- d) 2544,75 cm³.
- e) 5400,00 cm³.

Questão 6

Uma empresa que confecciona cartões produzirá alguns com o tema “aniversário” cujo formato lembra um bolo de três andares. Cada andar corresponde a um retângulo de mesma altura, cujas dimensões estão indicadas a seguir.



Após estudos sobre a posição dos cortes, os técnicos da empresa calcularam que o total de papel a ser comprado deve ser acrescido em 20% devido às perdas dos cortes.

Quantos metros quadrados de papel devem ser comprados para a produção de 50 000 cartões?

- a) 165
- b) 650
- c) 780
- d) 825
- e) 990

Questão 7

O sistema de numeração binário é usado para representar os números na base 2, sendo constituído por dois algarismos: 0 e 1. Já o sistema de numeração hexadecimal representa os números na base 16 e é composto por 16 dígitos: os algarismos de 0 a 9 e as letras de A a F. Cada dígito no sistema hexadecimal representa quatro dígitos binários, conforme a tabela de conversão a seguir.

Hexadecimal	Binário
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

Assim, o número hexadecimal B25 é representado como 101100100101 em binário, já que B = 1011, 2 = 0010 e 5 = 0101. Para realizar a conversão de um número binário em hexadecimal, basta fazer o processo inverso.

FREITAS, Marcelo. Como converter hexadecimal para binário e hexadecimal para decimal. Blog da TSI – Tecnologia e Segurança da Informação, 24 ago. 2016. Disponível em: <<https://blog.tecnologiaesi.com.br>>. Acesso em: 8 fev. 2018. (adaptado)

A representação do número binário 100111101011 no sistema hexadecimal é

- a) 9EB.
- b) 9FB.
- c) BE9.
- d) D79.
- e) DF9.

Questão 8

Em um estado, existem três grandes rodovias, que medem 360 km, 270 km e 210 km. Postos de combustível serão instalados ao longo de toda a extensão de cada rodovia, de modo que a distância entre eles seja sempre a mesma nas três rodovias. O custo estimado na instalação de cada posto é de R\$ 500 000,00.

Sabendo que haverá um posto no início e no fim de cada rodovia, o menor custo possível na instalação de todos eles será, em milhões de reais, igual a

- a) 14,0.
- b) 15,0.
- c) 15,5.
- d) 17,0.
- e) 31,5.

Questão 9

Uma moça foi a uma concessionária de automóveis negociar a compra de um carro recém-lançado, cujo preço promocional de lançamento é de R\$ 115 000,00, sujeito a aumento nos próximos meses. No momento, a jovem dispõe da quantia de R\$ 100 000,00, no entanto, o gerente da concessionária informou que conseguiria “congelar” o preço promocional do veículo por um prazo de até quatro meses.

Suponha que, para comprar o carro pelo valor de lançamento, a moça aplicasse a quantia de que dispõe a uma taxa de juros simples de 2,5% ao mês.

Nessas condições, ela conseguiria comprar o carro

- a) somente se o prazo mínimo de congelamento fosse de 5 meses.
- b) somente se o prazo mínimo de congelamento fosse de 6 meses.
- c) logo após o fim do 1o mês da aplicação da quantia.
- d) logo após o fim do 2o mês da aplicação da quantia.
- e) logo após o fim do 4o mês da aplicação da quantia.

Questão 10

Carlos e Marina estão brincando de adivinhar números. Carlos pensa em um número e desafia Marina a tentar descobri-lo. Para tanto, ele informa que o número tem as seguintes características:

- É um inteiro entre 10 mil e 40 mil.
- Tem o algarismo das unidades maior que o das dezenas, e o das dezenas maior que o das centenas.
- É um palíndromo, isto é, tem a mesma sequência de algarismos quando lido da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda (por exemplo, 2552).

Com essas informações, é possível que Marina descubra, com certeza, em que número Carlos pensou?

- a) Sim, e o número pensado por ele está entre 20 mil e 30 mil.
- b) Sim, e o número pensado por ele está entre 30 mil e 40 mil.
- c) Não, pois há um total de três números com tais características.
- d) Não, pois há um total de quatro números com tais características.
- e) Não, pois há um total de seis números com tais características.

Questão 11

Um estacionamento de um *shopping* utiliza a tabela a seguir para cobrar os motoristas que utilizam seus serviços durante certo tempo.

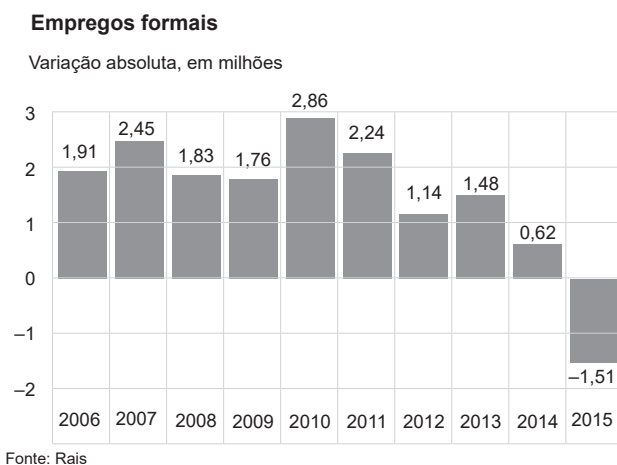
Tempo de utilização	Valor a pagar
Até 1 hora	R\$ 5,00
A partir de 1 hora	R\$ 3,50 por hora adicional
Qualquer fração de hora equivale ao valor de uma hora inteira.	

Um motorista que deixou seu carro neste estacionamento às 11h e retirou às 14h30min do mesmo dia pagou o equivalente a

- R\$ 10,50.
- R\$ 12,00.
- R\$ 13,75.
- R\$ 14,00.
- R\$ 15,50.

Questão 12

O Brasil perdeu 1,510 milhão de empregos formais em 2015, segundo dados da Relação Anual de Informações Sociais (RAIS) divulgados pelo Ministério do Trabalho [...]. O resultado é o pior da série da pesquisa, iniciada em 1985.



BRASIL perdeu 1,51 milhão de empregos formais em 2015. G1, São Paulo, 16 set. 2016. Disponível em: <<http://g1.globo.com>>. Acesso em: 5 abr. 2018.

A mediana do número de empregos formais, em milhões, no período de 2006 a 2015 é

- 2,550.
- 2,185.
- 1,795.
- 1,780.
- 1,478.

Questão 13

Um treino de *CrossFit* denominado Murph consiste na realização sequencial de 1,6 km de corrida, 100 elevações na barra (*pull-up*), 200 flexões de braço (*push-up*), 300 agachamentos livres (*air squat*) e mais 1,6 km de corrida. A tabela exhibe o gasto energético de cada exercício que faz parte desse treino.

Exercício	Gasto energético
100 m de corrida	8 kcal
1 elevação na barra	1 kcal
1 flexão de braço	0,75 kcal
1 agachamento livre	4 kcal

Admita que a perda de 1 kg de massa corporal requer um gasto energético de 3500 kcal.

A quantidade de massa corporal, em grama, perdida após a realização do Murph é mais próxima de

- 450.
- 490.
- 990.
- 1020.
- 1060.

Questão 14

Para diminuir o custo de produção de uma estatueta de mármore, uma empresa decidiu reduzir em 10% as medidas de cada uma de suas dimensões. Visando compensar os compradores, a empresa concedeu 30% de desconto no preço da peça.

Um analista da empresa resolveu comparar o desconto concedido àquele que seria dado caso o preço da estatueta variasse proporcionalmente ao seu volume.

O analista concluiu que, em relação ao desconto proporcional ao volume, o desconto que foi dado pela empresa é

- 2,9% menor.
- 0,1% menor.
- equivalente.
- 0,1% maior.
- 2,9% maior.

Questão 15

O agronegócio continua sendo um dos principais pilares do desenvolvimento econômico do país e a sustentação de nossa balança comercial, sendo o sistema agroindustrial da carne bovina um dos mais dinâmicos no setor.

O Produto Interno Bruto (PIB) do Brasil chegou a R\$ 5,9 trilhões em 2015, enquanto o PIB do agronegócio alcançou 21% do PIB total brasileiro. Já o PIB da pecuária chegou a R\$ 400,7 bilhões.

PERFIL da pecuária brasileira em 5 gráficos. Instituto de Estudos Pecuários. Disponível em: <<http://iepec.com>>. Acesso em: 3 abr. 2018. (adaptado)

O PIB da pecuária representa, em relação ao PIB do agronegócio, um percentual de, aproximadamente,

- 15%.
- 19%.
- 28%.
- 32%.
- 68%.

Questão 16

Cinco alunos participam de um projeto em que cada um deve gerir uma empresa. Ao estudarem princípios financeiros que regem a produção e o consumo, perceberam que o cálculo da participação de uma empresa no mercado (fatia de mercado) é diretamente proporcional à qualidade do produto e ao investimento em marketing e é inversamente proporcional ao preço desse produto. Com base nesses dados, os alunos elaboraram valores para definir a "fatia de mercado" de cada empresa, conforme a tabela a seguir.

Nome	Qualidade do produto	Investimento em marketing	Preço
Alonso	100%	R\$ 5 000,00	R\$ 2,50
Brenda	95%	R\$ 5 500,00	R\$ 3,00
Cícero	95%	R\$ 6 000,00	R\$ 3,50
Davi	100%	R\$ 5 500,00	R\$ 3,00
Eduardo	90%	R\$ 6 000,00	R\$ 2,50

De acordo com os dados, o aluno que obteve a maior fatia de mercado foi

- a) Alonso.
- b) Brenda.
- c) Cícero.
- d) Davi.
- e) Eduardo.

Questão 17

Devido à escassez de água em uma cidade, a prefeitura resolveu enviar diariamente três caminhões-pipa de mesma capacidade para ajudar no abastecimento de água para as famílias necessitadas. Como os caminhões esvaziaram no meio da primeira viagem, foi necessário voltar para reabastecê-los com água.

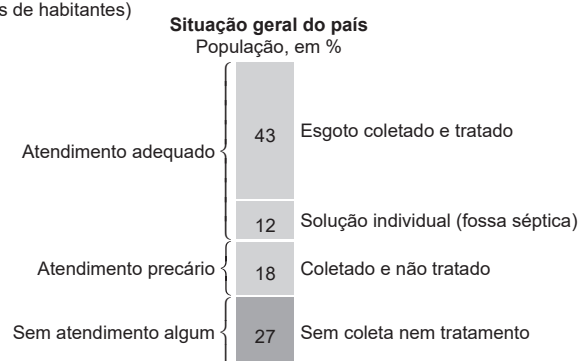
No local do abastecimento, ficam disponíveis duas mangueiras de vazões constantes distintas. O técnico responsável começou a encher dois dos três tanques simultaneamente, um com cada mangueira. O primeiro caminhão-pipa ficou completamente cheio em 80 minutos, enquanto o segundo levou 120 minutos. Logo após, as duas mangueiras foram ligadas simultaneamente para encher o terceiro tanque.

O tempo necessário para abastecer completamente o tanque do último caminhão-pipa foi

- a) 8 minutos.
- b) 48 minutos.
- c) 1 hora e 20 minutos.
- d) 1 hora e 24 minutos.
- e) 1 hora e 40 minutos.

Questão 18

ESGOTO EM NÚMEROS
Considerando a população urbana do Brasil (168 milhões de habitantes)



Folha de S. Paulo, 25 set. 2017.

Os dados apresentam o destino do esgoto gerado pela população urbana do Brasil em setembro de 2017.

Analisando as informações do gráfico, pode-se afirmar que o número de brasileiros da zona urbana, em milhões, que não possuem atendimento adequado é

- a) 30,24.
- b) 45,00.
- c) 45,36.
- d) 72,24.
- e) 75,60.

Gabarito

- | | |
|------|-------|
| 1. E | 10. D |
| 2. C | 11. E |
| 3. D | 12. C |
| 4. B | 13. B |
| 5. B | 14. E |
| 6. E | 15. D |
| 7. A | 16. E |
| 8. C | 17. B |
| 9. B | 18. E |

COMENTÁRIOS

1) E

Ligando-se dois vértices não consecutivos da face de um cubo, tem-se uma diagonal dessa face. De acordo com a descrição, foi traçada uma diagonal em cada face do cubo, de modo que cada uma delas compartilha um vértice com a diagonal de cada face adjacente. Tal situação só ocorre na planificação desta alternativa.

2) C

Calculam-se as áreas do corpo da pipa e de cada laço:
Área do corpo da pipa (losango de diagonais 60 cm e 40 cm):

$$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{60 \cdot 40}{2} = 1200 \text{ cm}^2$$

Área de cada laço (circunferência de raio 2 cm – já que o diâmetro mede 4 cm – e dois trapézios de bases 4 cm e 6 cm e altura de 8 cm):

$$\pi r^2 + 2 \cdot \frac{(B+b) \cdot h}{2} = 3,1 \cdot 2^2 + 2 \cdot \frac{(6+4) \cdot 8}{2} = 92,4 \text{ cm}^2$$

Como são 8 laços, a área total procurada é:
 $1200 + 8 \cdot 92,4 = 1939,2 \text{ cm}^2$

3) D

Considerando os tempos de contagem e a velocidade sugerida no texto, tem-se:

$$r = \frac{(3,5 + 5,4) \cdot 340}{2} = 8,9 \cdot 170 = 1513 \text{ m}$$

$$A = \pi \cdot 1513^2 = 6867507 \text{ m}^2 = 6,867507 \text{ km}^2$$

4) B

Considerando a medida da aresta da caixa cúbica original como a, sua área lateral é $4a^2$. A nova caixa é um cilindro circular reto com altura e raio da base de medida a. Assim, sua área lateral é:

$$2\pi rh = 2 \cdot 3,14 \cdot a \cdot a = 6,28a^2$$

Comparando as áreas, tem-se:

$$\frac{6,28a^2 - 4a^2}{4a^2} = \frac{2,28}{4} = 0,57, \text{ o que corresponde a um aumento de } 57\%.$$

5) B

Após serem afiadas 50 000 facas com 20 cm de lâmina cada uma, será afiado um total de 1 000 000 cm de lâmina, que é igual a 10 km. Assim, o raio do disco terá diminuído 10 cm, passando a 7,5 cm. Calcula-se, então, o volume do esmeril que ainda pode ser usado:

$$V = h \cdot (\pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2)$$

$$V = 3 \cdot (3 \cdot 7,5^2 - 3 \cdot 2,5^2)$$

$$V = 3 \cdot (168,75 - 18,75)$$

$$V = 3 \cdot 150 = 450 \text{ cm}^3$$

6) E

$$\text{Área do cartão} = A1 + A2 + A3$$

$$\text{Área do cartão} = 15 \cdot 5 + 11 \cdot 5 + 7 \cdot 5 = 165 \text{ cm}^2$$

$$120\% \text{ de } 165 \text{ cm}^2 = 198 \text{ cm}^2$$

$$50000 \cdot 198 \text{ cm}^2 = 9900000 \text{ cm}^2 = 990 \text{ m}^2$$

7) A

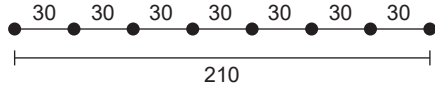
Cada dígito no sistema hexadecimal representa quatro dígitos binários. Agrupando os algarismos do número binário fornecido e verificando a correspondência na tabela, tem-se:

1001	1110	1011
9	E	B

8) C

Para que a quantidade de postos seja a menor possível, com a distância entre eles sendo sempre a mesma em cada rodovia, determina-se m.d.c.(360, 270, 210), que é 30. Assim, em cada rodovia, a distância entre os postos é 30 km.

Para determinar o número de postos, observe o caso da rodovia de 210 km:



Como se observa no esquema, na rodovia de 210 km, existem $\frac{210}{30} + 1 = 8$ postos (adiciona-se uma unidade porque também há um posto no início da rodovia). Analogamente, o número de postos nas outras duas rodovias é: $\frac{270}{30} + 1 = 10$ e $\frac{360}{30} + 1 = 13$. Assim, haverá um total de $8 + 10 + 13 = 31$ postos, o que corresponde a um custo de $31 \cdot 500\,000 = 15,5$ milhões de reais.

9) B

Aplicando R\$ 100 000,00 a uma taxa de juros simples de 2,5% ao mês, o tempo necessário para obter o montante de R\$ 115 000,00 é calculado por:

$$M = C \cdot (1 + i \cdot t) \Leftrightarrow 115\,000 = 100\,000 \cdot (1 + 0,025t) \Leftrightarrow$$

$$15\,000 = 2\,500t \Leftrightarrow t = 6 \text{ meses}$$

10) D

O número pensado tem a forma **abcba**, pois é um palíndromo de 5 algarismos. Por estar entre 10 mil e 40 mil, a pode ser 1, 2 ou 3. Pela condição sobre os algarismos das unidades, dezenas e centenas, há um total de 4 possibilidades: 32 123, 32 023, 31 013 ou 21 012.

11) E

O carro ficou no estacionamento das 11h às 14h30min, ou seja, ficou por 3 horas e 30 minutos.

Como uma fração de hora equivale a uma hora inteira, o motorista terá que pagar o valor de 4 horas.

A primeira hora custa: R\$ 5,00

As três horas restantes custam: $3 \cdot 3,50 = 10,50$

Total: R\$ 5,00 + R\$ 10,50 = R\$ 15,50

12) C

Ordenando os dados do gráfico, tem-se:

-1,51; 0,62; 1,14; 1,48; 1,76; 1,83; 1,91; 2,24; 2,45; 2,86.

A mediana é a média aritmética dos dois termos centrais na sequência dos dados ordenados:

$$\frac{1,76 + 1,83}{2} = 1,795$$

13) B

Calcula-se o gasto energético no treino:

■ 2 corridas de 1,6 km = 3 200 m $\rightarrow 32 \cdot 8 = 256$ kcal

■ 100 elevações na barra $\rightarrow 100 \cdot 1 = 100$ kcal

■ 200 flexões de braço $\rightarrow 200 \cdot 0,75 = 150$ kcal

■ 300 agachamentos livres $\rightarrow 300 \cdot 4 = 1\,200$ kcal

Logo, o gasto energético total é de 1 706 kcal. Como 3 500 kcal gastas equivalem à perda de 1 kg, a massa corporal perdida no treino é:

$$\frac{1\,706}{3\,500} \cong 0,49 \text{ kg} = 490 \text{ g}$$

14) E

Como a estatueta é um objeto tridimensional, com a redução de 10% em cada dimensão, cada uma delas passou a ter 90% de seu tamanho original. Realizando o produto das três dimensões, tem-se:

$$90\% \cdot 90\% \cdot 90\% = (0,9)^3 = 0,729 =$$

72,9% do volume original.

Logo, o desconto proporcional ao volume seria:

$$100\% - 72,9\% = 27,1\%$$

Portanto, o desconto concedido (30%) é 2,9% maior.

15) D

O PIB total brasileiro foi de 5,9 trilhões de reais, o que equivale a 5 900 bilhões de reais. Assim, o PIB do agronegócio corresponde a 21% de 5 900 bilhões = 1 239 bilhões. Desse modo, o PIB da pecuária representa, em relação ao do agronegócio, o seguinte percentual:

$$\frac{400,7 \text{ bi}}{1\,239 \text{ bi}} \cong 0,323 \cong 32\%$$

16) E

Para resolver essa questão, é preciso aplicar em cada uma das cinco linhas da tabela o que é dito no enunciado. Assim, considerando os dados de Eduardo, tem-se:

$$\frac{0,90 \cdot 6\,000}{2,5} = \frac{5\,400}{2,5} = 2\,160$$

Dessa forma, comparando os resultados obtidos com base nos dados da tabela, verifica-se que Eduardo apresentou o maior valor relativo em relação à fatia de mercado.

17) B

Como 80 min = $\frac{4}{3}$ h e 120 min = 2 h, tem-se:

Mangueira 1:

$$1 \text{ tanque} \text{ — } \frac{4}{3} \text{ h} \Rightarrow \text{Vazão: } \frac{3}{4} \text{ tanque/hora}$$

Mangueira 2:

$$1 \text{ tanque} \text{ — } 2 \text{ h} \Rightarrow \text{Vazão: } \frac{1}{2} \text{ tanque/hora}$$

Dessa forma, em uma hora com as duas mangueiras ligadas, enche-se

$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$ do terceiro tanque. Obtém-se o tempo necessário para abastecê-lo completamente pela seguinte regra de três:

$$\frac{5}{4} \text{ tanque} \text{ — } 1 \text{ h}$$

$$1 \text{ tanque} \text{ — } x$$

$$x = \frac{4}{5} = 0,8 \text{ h} = 48 \text{ min}$$

18) E

De acordo com o gráfico, não possuem esgoto tratado aqueles que não têm acesso a atendimento algum ou possuem atendimento precário. Assim, 45% da população (27% + 18%) está nessa situação. Calculando-se a quantidade de brasileiros viventes na zona urbana, tem-se: 45% de 168 milhões, ou seja, 75,6 milhões.