



Matemática e suas Tecnologias

Olá, estudante!

Neste fascículo do Projeto ENEM, vamos estudar, mais uma vez, a área de Matemática. O uso de gráficos é bastante recorrente nas provas do exame, por isso ele está entre os assuntos mais abordados ao longo dos anos, com 9,1% de questões que têm como objetivo a interpretação de gráficos e tabelas. Em seguida, questões sobre funções também têm forte presença (8,7%).

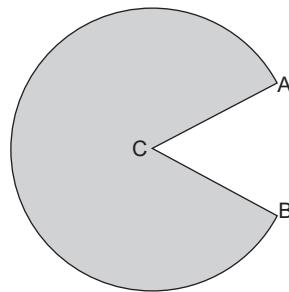
No próximo fascículo, voltaremos a estudar a área de Ciências da Natureza.

Bons estudos!

Questão 1

No jogo Pac-Man, os jogadores controlam uma personagem, que tem o mesmo nome do jogo, com o objetivo de comer pastilhas que se encontram espalhadas em um labirinto.

Suponha que os fãs desse jogo organizem uma corrida cujo objetivo é percorrer um percurso no formato da personagem. Partindo do ponto A, os corredores passam pelos pontos B e C, retornando ao ponto de origem A, nessa ordem, sendo $\overline{AC} = \overline{BC} = r$, e sendo r o raio da circunferência.



Sabe-se que o diâmetro da circunferência que delimita o percurso mede 400 m e que o ângulo $A\hat{C}B$ mede 60° .

Considere 3 como aproximação para π .

O percurso total ABCA mede

- a) 1 km.
- b) 1,2 km.
- c) 1,4 km.
- d) 2 km.
- e) 2,4 km.

Questão 2

A imagem a seguir representa uma barra de ouro em um formato muito utilizado.



O modelo geométrico utilizado como molde dessa barra de ouro é um sólido do tipo

- a) prisma reto com base retangular.
- b) prisma reto com base trapezoidal.
- c) prisma oblíquo com base retangular.
- d) tronco de pirâmide reta com base retangular.
- e) tronco de pirâmide reta com base trapezoidal.

Questão 3

Uma construção feita em laboratório consiste em um tubo por onde passa uma esfera lisa e perfeitamente encaixada, de 4 cm de raio. A esfera percorre todo o tubo em 15 segundos a uma velocidade constante de 4 m/s. A fim de replicar o tubo, pretende-se criar um molde preenchendo-o com espuma rija.

Suponha o momento de entrada e o de saída apenas quando metade da esfera, respectivamente, entrou e saiu do tubo.

Considere 3 como aproximação de π .

O volume de espuma necessário para preencher completamente o tubo, em metros cúbicos, é

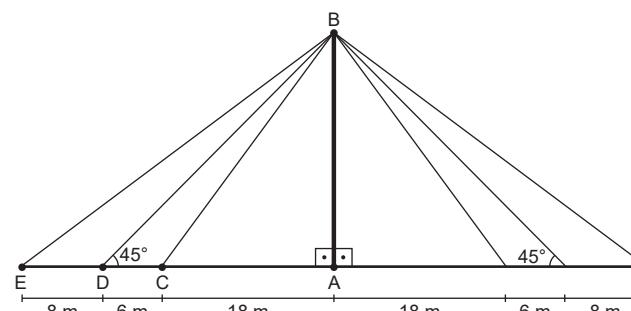
- a) 0,072.
- b) 0,096.
- c) 0,144.
- d) 0,216.
- e) 0,288.

Questão 4

Nas pontes de modelo estaiado, os esforços são absorvidos pela parte superior do tabuleiro, por meio de vários cabos que se concentram em uma torre. A fixação dos cabos pode ser feita em forma de leque (com um ponto fixo no pilar), em forma de harpa ou em forma mista.

Disponível em: <<http://infraestruturaurbana17.pini.com.br>>. Acesso em: 8 nov. 2018. (adaptado)

No projeto de uma ponte estaiada, um engenheiro decidiu optar pela fixação em forma de leque. A ponte contará com duas torres principais de onde sairão seis cabos de sustentação em cada uma delas. A imagem a seguir esquematiza a disposição dos cabos em uma das torres.



Os cabos representados pelos segmentos \overline{BC} , \overline{BD} e \overline{BE} são feitos de um fio de aço ultrarresistente e fixados no ponto B de modo que $B\hat{A}E = 90^\circ$. Considere 1,4 como aproximação para $\sqrt{2}$ e que as duas torres são idênticas.

Para a construção da ponte, será necessário um comprimento de cabos, em metros, aproximadamente, igual a

- a) 103,6.
- b) 188,0.
- c) 207,2.
- d) 376,0.
- e) 414,4.

Questão 5

A polegada, do inglês *inch*, consiste em uma unidade da grandeza física de comprimento utilizada no sistema inglês. Uma polegada é equivalente a 2,5 cm.

Disponível em: <<https://www.infopedia.pt>>. Acesso em: 11 dez. 2018. (adaptado)

Sabe-se que a medida dos televisores é dada em polegadas. Se uma televisão possui 40 polegadas, significa que a diagonal de sua tela mede 40”.

Suponha que a tela de uma TV de 40” possua 60 cm de altura.

A área da tela desse televisor, cujo formato é um retângulo perfeito, aproxima-se de

- a) 1200 cm^2 .
- b) 2400 cm^2 .
- c) 3000 cm^2 .
- d) 4800 cm^2 .
- e) 6000 cm^2 .

Questão 6

Os fractais são formas geométricas que apresentam uma característica especial: as partes menores conservam a aparência do todo (autossemelhança).

O Triângulo de Sierpinski é um fractal criado a partir de um triângulo equilátero, da seguinte maneira: divide-se cada lado do triângulo ao meio, unem-se estes pontos médios e forma-se um novo triângulo equilátero.

Disponível em: <<http://webeduc.mec.gov.br>>. Acesso em: 03 dez. 2018.

A imagem a seguir mostra as duas primeiras iterações (ou divisões) do Triângulo de Sierpinski, a partir de um triângulo com iteração 0 completamente hachurado.



Se a medida dos lados do triângulo com iteração 0 é igual a 2 cm, a área hachurada remanescente na iteração 2 é, em cm^2 , igual a

- a) $\frac{9\sqrt{3}}{16}$
- b) $\frac{9\sqrt{3}}{8}$
- c) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$
- d) $\frac{3\sqrt{3}}{16}$
- e) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

Questão 7

Uma pesquisa realizada com um grupo de 57 crianças verificou a preferência delas em relação às cores. A maioria das crianças demonstrou interesse em duas cores: vermelha, com 25 votos, e amarela, com 18 votos. As outras cores receberam 17 votos. Sabe-se que somente há interseção entre o conjunto de crianças que escolheram as cores vermelha e amarela.

A quantidade de crianças que escolheram vermelho e amarelo como cores preferidas é

- a) 1.
- b) 3.
- c) 14.
- d) 40.
- e) 43.

Questão 8

O famoso e apocalíptico calendário maia divide-se em dois: o *tzolk'in* e o *haab'*. O *tzolk'in* era um calendário de 260 dias divididos em 20 meses, utilizado para marcar rituais e datas festivas ou religiosas. O calendário *haab'* era utilizado no cotidiano maia e servia para marcar as estações para uso na agricultura.

Era composto por dezoito meses de vinte dias e um período de cinco dias conhecido como *Wayeb'*, em que os maias acreditavam que os portais entre os mundos dos vivos e dos mortos se dissolviam e que toda a sorte de coisas ruins poderia acontecer.

Disponível em: <<https://revistagalileu.globo.com>>. Acesso em: 28 set. 2018. (adaptado)

No calendário maia, a diferença entre o número de dias do *haab'* e o *tzolk'in* é, em dias, igual a

- a) 35.
- b) 95.
- c) 100.
- d) 105.
- e) 625.

Questão 9

Uma fábrica possui 200 empregados. Por decisão interna da administração, será organizada uma comissão com o maior número possível de empregados para discutir o regimento de normas da fábrica. A comissão deverá contar com o máximo de pessoas, mas de maneira que, agrupando todos os empregados de 6 em 6, de 10 em 10 ou de 15 em 15, sobrem cinco pessoas.

Desse modo, qual é o menor número de empregados que não serão selecionados?

- a) 170
- b) 165
- c) 75
- d) 45
- e) 15

Questão 10

Além de os preços de produtos idênticos serem mais baixos na internet quando comparados com os das lojas físicas, o comportamento médio das cotações no comércio *on-line* tende mais para queda (deflação) do que para aumento (inflação).

Uma comparação que calcula o *e-flation* – índice de inflação da internet – mostra que, em 2011, os preços tiveram deflação de 13,9% nos livros, e, no mesmo período, houve inflação de 10,1% nas lojas físicas para o mesmo produto.

Disponível em: <<https://www.estadao.com.br>>. Acesso em: 13 nov. 2018. (adaptado)

Suponha que, no período relatado na notícia, uma pessoa tenha comprado um livro de uma loja *on-line* e que, antes das mudanças de preço nos comércios *on-line* e físico, esse livro tinha o mesmo preço em ambos os tipos de comércio.

A economia dessa pessoa, comparada com o preço das lojas físicas após as mudanças de preço, foi de, aproximadamente,

- a) 21,8%.
- b) 24%.
- c) 27,9%.
- d) 38%.
- e) 78,2%.

Questão 11

Devido ao fuso horário, uma pessoa que sai da cidade de São Paulo às 8h40 da terça-feira aterrissa em Tóquio às 18h05 da quarta-feira, mas, após acertar seu relógio, observa que já são 6h05 da quinta-feira, no horário do Japão.

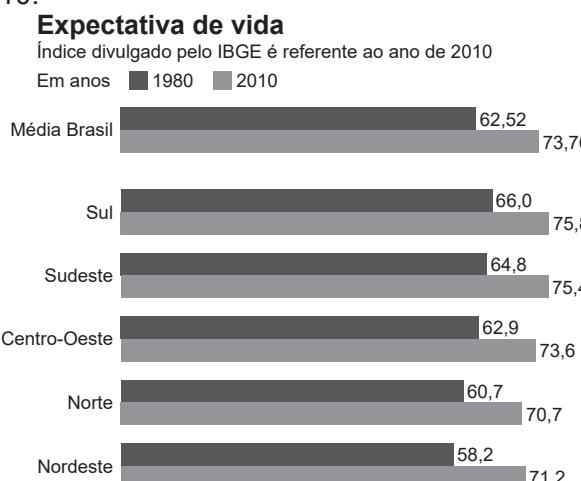
Um empresário que mora em Tóquio possui negócios em São Paulo. Em sua agenda, está prevista uma viagem de trabalho até a capital paulista, por isso, ele pegará um voo com duração de 44 horas e 25 minutos.

Se o voo desse empresário sai de Tóquio às 13h50 do domingo, considerando o horário local de São Paulo, ele irá aterrissar às

- a) 11:15 da segunda-feira.
- b) 22:15 da segunda-feira.
- c) 23:15 da segunda-feira.
- d) 10:15 da terça-feira.
- e) 22:15 da terça-feira.

Questão 12

O gráfico apresenta a evolução da expectativa de vida do brasileiro de cada região do Brasil, com referência aos anos de 1980 e 2010.



Disponível em: <<http://www.tribunadaconquista.com.br>>. Acesso em: 1º out. 2018.

Que região apresentou o maior aumento absoluto na expectativa de vida durante esses 30 anos?

- a) Sul.
- b) Sudeste.
- c) Centro-Oeste.
- d) Norte.
- e) Nordeste.

Questão 13

Em certa cidade, apenas dois candidatos concorrem ao cargo de prefeito. Uma pesquisa apontou que os candidatos A e B possuem, respectivamente, 40% e 25% das intenções de votos. A mesma pesquisa mostrou que 9% dos eleitores dessa cidade anulará o voto ou votará em branco, enquanto o restante está indeciso.

Considere que os candidatos consigam conquistar, entre os indecisos, uma quantidade de votos inversamente proporcional aos seus respectivos percentuais de intenção de voto.

A porcentagem de votos que o candidato B alcançará é de

- a) 35%.
- b) 38%.
- c) 41%.
- d) 50%.
- e) 56%.

Questão 14

Uma grande construtora está realizando um serviço de terraplanagem para a construção de uma galeria de lojas no centro da cidade. Após esse serviço, 15 pessoas deveriam trabalhar por 20 dias na construção de um muro de 2 500 m² em uma jornada de 10 horas. Porém, a alta jornada de trabalho diminuiu a produtividade dos trabalhadores. Dessa maneira, a construtora decidiu contratar mais 15 pessoas e diminuir a jornada de trabalho para 6 horas.

Em quantos dias, aproximadamente, as 30 pessoas constroem 50% desse muro?

- a) 3
- b) 8,3
- c) 12
- d) 33,3
- e) 48

Questão 15

Com poucas chuvas nas regiões sul e sudoeste do Paraná, a vazão nas Cataratas do Iguaçu nesta quarta-feira (11) ficou abaixo da metade do normal. Em média, passam pelas quedas cerca de 1,5 milhão de litros de água por segundo. E, no início da tarde, o volume era de 782 mil L/s. A menor marca desde o fim de semana foi registrada na noite de terça-feira (10), quando chegou a 652 mil L/s.

Disponível em: <<https://g1.globo.com>>. Acesso em: 26 nov. 2018.

Considerando o volume da vazão, em litros por segundo, registrado na noite de terça-feira, a redução percentual em relação à vazão média das Cataratas do Iguaçu foi de, aproximadamente,

- a) 43,4%.
- b) 47,8%.
- c) 52,1%.
- d) 56,5%.
- e) 91,8%.

Questão 16

Certo medicamento é composto de duas substâncias: paracetamol e fosfato de codeína. A bula informa que cada 8 mL desse medicamento contém 3 600 mg de paracetamol e 0,04 mg de fosfato de codeína.

A quantidade máxima desse medicamento, em mL, que é possível fabricar a partir de 54 g de paracetamol e 0,8 mg de fosfato de codeína é

- a) 280.
- b) 160.
- c) 120.
- d) 35.
- e) 20.

Questão 17

Maringá é a cidade do Paraná com população superior a 100 mil habitantes, com o menor número de ônibus por habitantes – perde para Ponta Grossa, Londrina e Curitiba. Também é a cidade com maior número de carros quando comparado com a quantidade de ônibus. Em outras palavras, os maringaenses tendem a usar mais meios de transportes individuais do que coletivos.

Para cada mil habitantes, Maringá tem 2,4 ônibus de transporte coletivo urbano. O melhor coeficiente nos últimos cinco anos foi em 2014, com 2,6 ônibus por mil maringaenses. A cidade com maior oferta de ônibus por pessoa no estado é Ponta Grossa. Lá, para mil habitantes, são 4,7 ônibus, quase o dobro de Maringá.

Disponível em: <<https://maringapost.com.br>>. Acesso em: 12 nov. 2018. (adaptado)

A prefeitura de Maringá decidiu aumentar a razão de ônibus por habitantes na cidade, igualando essa razão à de Ponta Grossa.

Considerando que a população de Maringá é de cerca de 340 mil habitantes, a quantidade de ônibus que deve ser adquirida é de

- a) 714.
- b) 782.
- c) 884.
- d) 1598.
- e) 1632.

Questão 18

Durante a abertura de um *show* particular, 24 pessoas estavam presentes. Nesse momento, a razão entre a quantidade de homens e de mulheres era de $\frac{3}{5}$. Após poucos minutos, mais 18 pessoas chegaram, e, para esse grupo, a razão entre a quantidade de homens e de mulheres era de $\frac{2}{7}$. Dois homens e sete mulheres retiraram-se antes do fim da apresentação principal. O restante das pessoas presentes permaneceu até o fim do *show*.

Quantos homens estavam presentes durante toda a apresentação principal?

- a) 11
- b) 13
- c) 22
- d) 29
- e) 33

Gabarito

- | | |
|------|-------|
| 1. C | 10. A |
| 2. D | 11. B |
| 3. E | 12. E |
| 4. E | 13. C |
| 5. D | 14. B |
| 6. A | 15. D |
| 7. B | 16. C |
| 8. D | 17. B |
| 9. E | 18. A |

COMENTÁRIOS

1) C

O comprimento da circunferência mede:

$$2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3 \cdot 200 = 1200 \text{ m}$$

Logo, pode-se concluir que o arco \widehat{AB} mede:

$$\frac{360^\circ}{(360^\circ - 60^\circ)} = \frac{1200}{\widehat{AB}} \Rightarrow \widehat{AB} = 1000 \text{ m}$$

Logo, o comprimento total do percurso mede:

$$1000 + 200 + 200 = 1400 \text{ m} = 1,4 \text{ km}$$

2) D

O sólido apresentado possui duas bases paralelas retangulares e faces laterais trapezoidais características de um tronco de pirâmide reta de base retangular.

3) E

Como a esfera percorre o tubo todo em 15 segundos a uma velocidade constante de 4 m/s, então o tubo possui $4 \cdot 15 = 60$ metros de comprimento. Como não há folga entre o tubo e a esfera, conclui-se que o interior do tubo pode ser considerado um cilindro cujo raio da base é 4 cm e a altura 60 m, assim, seu volume é:

$$V = \pi \cdot 4^2 \cdot 6000$$

$$V = 3 \cdot 16 \cdot 6000$$

$$V = 288000 \text{ cm}^3$$

$$V = 0,288 \text{ m}^3$$

4) E

Como $B\hat{A}E = 90^\circ$, pode-se observar que os cabos formam seis triângulos retângulos com a torre. Como o lado direito e esquerdo da torre são simétricos devido às distâncias dos cabos até ela, basta calcular o comprimento dos cabos de um dos lados, pois os outros serão semelhantes. Como o triângulo $\triangle ABD$ possui um ângulo de 45° , pode-se concluir que o outro ângulo também mede 45° , logo, trata-se de um triângulo isósceles e, portanto:

$$\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CD}$$

$$\overline{AB} = 18 + 6 = 24 \text{ m}$$

Assim, tem-se três triângulos retângulos: $\triangle ABC$ com catetos de 18 m e 24 m, $\triangle ABD$ com catetos de 24 m, cada, e $\triangle ABE$ com catetos de 32 m e 24 m. Utilizando o Teorema de Pitágoras, calcula-se o comprimento dos cabos:

$$BC = \sqrt{18^2 + 24^2} = \sqrt{324 + 576} = \sqrt{900} = 30 \text{ m}$$

$$BD = \sqrt{24^2 + 24^2} = \sqrt{576 + 576} = \sqrt{1152} = 24\sqrt{2} \text{ m}$$

$$BE = \sqrt{32^2 + 24^2} = \sqrt{1024 + 576} = \sqrt{1600} = 40 \text{ m}$$

Considerando $\sqrt{2} = 1,4$, a soma do comprimento de três cabos de uma das torres vale $30 + 33,6 + 40 = 103,6$. Assim, para uma única torre, serão necessários $103,6 \cdot 2 = 207,2$ m de cabos. Portanto, para toda a ponte serão necessários $207,2 \cdot 2 = 414,4$ m de cabos.

5) D

Como $1''$ é igual a 2,5 cm, $40''$ correspondem a $40 \cdot 2,5 = 100$ cm. Como a altura da tela é igual a 60 cm, tem-se, pelo Teorema de Pitágoras:

$$100^2 = 60^2 + x^2$$

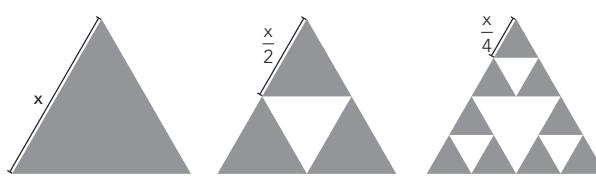
$$x^2 = 10000 - 3600$$

$$x = 80 \text{ cm}$$

Como a área de um retângulo é igual ao produto de sua base por sua altura, $60 \cdot 80 = 4800 \text{ cm}^2$ é a medida da área da tela.

6) A

Para calcular a área hachurada no triângulo de iteração 2, basta calcular a área dos nove triângulos hachurados. Como os triângulos são equiláteros, basta encontrar a medida do lado desses triângulos. No triângulo de iteração 1, os lados dos triângulos internos medem metade do lado do triângulo maior, assim, no triângulo de iteração 2, os lados dos triângulos menores medem metade dos triângulos médios, como na imagem.



Como $x = 2$, o lado dos triângulos menores é igual a $\frac{1}{2}$.

Assim, a área hachurada no triângulo de iteração 2 é igual a:

$$\frac{9 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{16} \text{ cm}^2$$

7) B

Seja A o conjunto determinado pelo número de crianças que preferem amarelo, V, o conjunto determinado pelo número de crianças que preferem vermelho, e M, o conjunto determinado pelo número de crianças que preferem outras cores, assim:

$$57 = n(A) + n(V) - n(A \cap V) + n(M)$$

$$57 = 18 + 25 - n(A \cap V) + 17$$

$$n(A \cap V) = 3$$

8) D

Pelo texto fornecido, tem-se que o número de dias do calendário *haab'* é igual a $18 \cdot 20 + 5 = 365$ e o do *tzolk'in* é igual a 260. Dessa maneira, a diferença entre o número de dias do calendário *haab'* e do *tzolk'in* é igual a $365 - 260 = 105$ dias.

9) E

M.M.C.(6, 10, 15) = 30. Como deve-se obter o maior número possível de empregados menor que 200, essa quantidade será $30 \cdot 6 + 5 = 185$. Logo, $200 - 185 = 15$ é o menor número de empregados que não devem ser selecionados.

10) A

Os preços do livro nos comércios *on-line* e físico, antes das mudanças, eram iguais. Dessa maneira, pode-se considerar o preço do livro, nesse período, igual a x . Então, calculam-se separadamente os preços após a inflação e após a deflação, obtendo:

$$\text{Preço após a inflação: } x + 0,101x = 1,101x$$

$$\text{Preço após a deflação: } x - 0,139x = 0,861x$$

Para descobrir a economia da pessoa em relação ao preço no comércio físico, basta subtrair os dois valores, obtendo:

$$1,101x - 0,861x = 0,24x$$

Assim, em porcentagem, a economia dessa pessoa foi de:

$$\frac{0,24x}{1,101x} \approx 21,8\%$$

11) B

De acordo com o texto-base, o horário de chegada em Tóquio deveria ter sido às 18h05 da quarta, no horário de São Paulo. Como o empresário chegou 12 horas depois do esperado, sabe-se que o fuso de volta reduzirá o tempo de viagem em 12 horas. Assim, saindo às 13h50 do domingo e com 44 h 25 min – 12 h = 32 horas e 25 minutos de viagem, a pessoa chegará em São Paulo às 22h15 da segunda-feira.

12) E

O aumento absoluto na expectativa de vida no Nordeste foi igual a $71,2 - 58,2 = 13$.

13) C

Deve-se dividir os 26% dos indecisos de modo inversamente proporcional aos números 40 e 25. Assim, os valores são, respectivamente:

$$26\% \cdot \frac{25}{40+25} = 10\% \text{ e } 26\% \cdot \frac{40}{40+25} = 16\%$$

Logo, o candidato B alcançará $25\% + 16\% = 41\%$ dos votos.

14) B

O aluno deve perceber que se trata de uma problema de proporcionalidade e que se pode utilizar a regra de três composta como estratégia. Primeiramente, o aluno deverá identificar quais as grandezas direta e inversamente proporcionais em relação à incógnita e escrever a igualdade da seguinte maneira:

$$\frac{20}{x} = \frac{6}{10} \cdot \frac{30}{15} \cdot \frac{2500}{1250} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{450}{1875} \Rightarrow x \approx 8,3$$

15) D

A vazão, em litros por segundo, registrada na terça-feira foi de 652 mil L/s, que representa uma queda em relação à vazão média das Cataratas do Iguaçu, que é igual a 1,5 milhão L/s. Assim, a redução percentual foi de:

$$\frac{652000 - 1500000}{1500000} \approx -0,565$$

16) C

Com 54 g de paracetamol, produz-se até $54000 : 3600 = 15$ doses. Com 0,8 mg de fosfato de codeína, produz-se até $0,8 : 0,04 = 20$ doses. A produção será limitada pelo paracetamol, pois não é possível produzir 20 doses sem que haja paracetamol suficiente. Assim, produz-se, no máximo, $15 \cdot 8 = 120$ mL.

17) B

Se a cidade de Maringá possui 2,4 ônibus para cada mil habitantes, então, ela possui, ao todo, cerca de $2,4 \cdot 340 = 816$ ônibus. Como a prefeitura deseja igualar sua razão de ônibus por habitante à razão de Ponta Grossa, então, a cidade deverá possuir $4,7 \cdot 340 = 1598$ ônibus. Assim, devem ser adquiridos $1598 - 816 = 782$ novos ônibus.

18) A

Seja H a quantidade de homens e M a quantidade de mulheres no *show*. Na apresentação de abertura, a razão entre a quantidade de homens e de mulheres era de $\frac{H}{M} = \frac{3}{5}$, assim, pode-se concluir que a razão entre a quantidade de homens e o total de pessoas era de $\frac{H}{H+M} = \frac{3}{8}$. Como havia 24 pessoas na festa, pode-se concluir que, até esse momento, havia $\frac{24}{8} \cdot 3 = 9$ homens. Após alguns minutos, mais 18 pessoas compareceram ao *show*, e, dentre elas, a razão entre a quantidade total de homens e de mulheres era de $\frac{H}{M} = \frac{2}{7}$. Assim, pode-se concluir que a razão entre a quantidade de homens e o total de pessoas era de $\frac{H}{H+M} = \frac{2}{9}$ e a quantidade de homens era de $\frac{18}{9} \cdot 2 = 4$, dentre as pessoas que chegaram posteriormente. Assim, até o início da apresentação principal, havia $9 + 4 = 13$ homens. Como 2 homens saíram antes do fim do *show*, somente $13 - 2 = 11$ homens estavam presentes durante toda a apresentação principal.